

Étude de stratégies de gestion d'une tache de Renouée du Japon par un modèle dynamique de sa croissance.



François Lavallée

IRSTEA

Mai 2018

PLAN DE LA PRÉSENTATION

- I) La Renouée du Japon : écologie et modèle.
- II) Étude mathématique du modèle.
- III) Étude du modèle par simulation.

Généralités sur les invasions végétales

La gestion efficace des espèces végétales envahissantes est un enjeu à différents niveaux : environnemental, économique, santé publique.

Questions :

- Opérer une **priorisation spatiale** : retirer les individus au cœur de l'invasion, ou ceux à la périphérie. Faire un retour sur les zones déjà traitées ?
- **Répartition temporelle de l'effort** : intervention précoce ou contrôle à long terme ?

Les **modèles déterministes** sont de type réaction-diffusion, et prennent en compte la dispersion spatiale des individus, des propriétés démographiques (fécondité, mortalité), et la stratégie de gestion.

Les **modèles individus centrés** tiennent compte de la variabilité individuelle pour les données démographiques

Cas considéré : Rénouée du Japon

Renouée du Japon



Rhizome



FIGURE – Extrait de
[Smith et al., 2007]

Tige : de 1 à 3 mètres.

Rhizome : jusqu'à 8 cm de diamètre, longueur : 15 - 20 m, profondeur : 2 - 3 m, représente 2/3 de la masse totale de la biomasse de la plante.

Le rhizome résiste au froid et lui permet de passer la mauvaise saison enfouie dans le sol.

Développement Clonal de la Renouée du Japon.

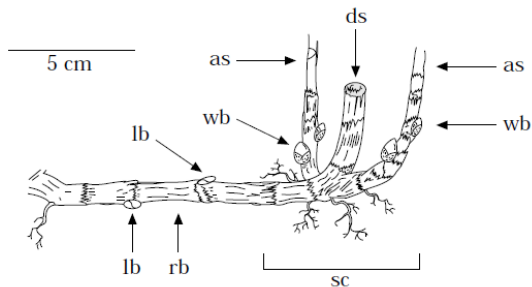
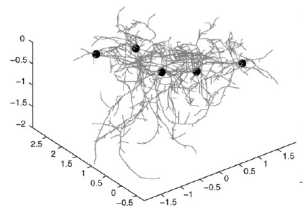


FIGURE – Schéma du développement des tiges et des bourgeons le long du rhizome, extrait de [Adachi et al., 1996] as : tige aérienne, ds : tige aérienne morte, rb : rhizome, sc : couronne, lb : bourgeon latéral, wb : bourgeon hivernal.

Références : [Adachi et al., 1996], [Dauer and Jongejans, 2013], [Price et al., 2002], [Beerling et al., 1994], [De Waal, 2001].

- [Smith et al., 2007] ont construit une marche aléatoire 3D corrélée pour le développement du réseau de rhizome souterrain.
- [Dauer and Jongejans, 2013] proposent un modèle de type "Integral Projection Model" (IPM), inspiré de "Matrix Population Model", pour la dynamique de la plante au niveau d'une tache.
- [Gourley et al., 2016] ont développé un modèle de biocontrôle de la Renouée, basé sur l'insecte *Psyllid Aphanalara itadori* qui se nourrit de la sève des tiges de la Renouée. Modèle déterministe qui décrit l'évolution du nombre d'insectes (larve et adulte) ainsi que l'évolution du nombre total de tiges et de la biomasse totale du rhizome.



Objectif : Décrire la dynamique de la Renouée du Japon à l'échelle locale et les effets des actions de fauche sur cette dernière.

Le formalisme utilisé est celui des **processus stochastiques à valeurs mesures**.

Le modèle que je vais présenter dans cette partie est inspiré des travaux de [Fournier and Méléard, 2004] et de [Tran, 2006]

Les individus, ici les couronnes (ie les lieux où se situent les bourgeons terminaux et d'où sortent les tiges) sont caractérisés par :

- leur position (dans le plan)
- un trait décrivant la biomasse souterraine (ie celle du rhizome qui est relié à la couronne).

On introduit les notations suivantes

- $\mathcal{X} = \mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}_+$.
- $\mathcal{M}_F(\mathcal{X})$ [resp. $\mathcal{P}(\mathcal{X})$] l'ensemble des mesures finies (resp. mesures de probabilité) sur \mathcal{X} .
- $\mathcal{M} \subset \mathcal{M}_F(\mathcal{X})$: mesures ponctuelles finies dont la masse des points est 1 ou 0.

$$\mathcal{M} = \left\{ \sum_{i=1}^n \delta_{x_i, a_i} , n \geq 0, (x_1, a_1), \dots, (x_n, a_n) \in \mathcal{X} \right\}$$

Dans le modèle, une couronne est représentée par une masse de Dirac $\delta_{(x,a)}$, avec $(x, a) \in \mathcal{X}$.

L'ensemble des couronnes au temps t est décrit par la mesure $Z_t \in \mathcal{M}$.

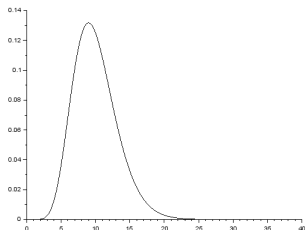
Naissance et dispersion de l'individu créé

Taux de naissance de la forme :

$$b(x, Z) = \bar{b} \cdot \mathbf{1}_{\{\sum_{y \in V(Z)} \mathbf{1}_{\{|x-y| \leq \text{distanceParent}\}} \leq 3\}}$$

où $V(Z) := \{x \in \mathbb{R}^2, Z(\{x\} \times \mathbb{R}_+) > 0\}$ est l'ensemble des positions des couronnes présentes dans la population Z .

Un individu de trait (x, a) produit un individu en x' au taux $b(x, Z)$. On choisit une loi Gamma de paramètres (*shape*, *scale*) pour la loi de la distance de dispersion de la couronne fille.



On considère que l'individu ne naît vraiment que s'il tombe dans la zone suivante (**compétition intra spécifique**) :

$$C_{x,Z} = \{z \in \mathbb{R}^2 \text{ tq } \forall y \in V(Z) \setminus \{x\}, |y - z| > \text{distanceCompetition}\}$$

- Hypothèse : le taux de mortalité est indépendant de la position x d'un individu.
- Un individu en vie au temps t et avec une biomasse $a(t)$ meurt au taux $m(a(t))$.
- La mortalité m est **une fonction décroissante de la biomasse** : un individu avec une faible biomasse, soit parce qu'il vient d'être créé, soit parce qu'il a subi des fauches, va avoir un taux de mortalité plus important.

L'évolution de la biomasse de rhizome associée à une couronne évolue (en l'absence d'événement de fauche ou de mortalité) selon l'équation suivante :

$$\frac{da(t)}{dt} = L(K - a(t)) \quad (1)$$

où L est le taux de croissance à faible biomasse et K est la biomasse asymptotique.

On sait résoudre explicitement l'Equation (1).

On note A_b le flot : $t \rightarrow A_b(t, t_0, a_0)$ associé à l'équation différentielle (1).

Effets de la fauche sur le développement du rhizome mal connus.

- Hypothèse : diminution de la biomasse souterraine, ressources du rhizome utilisées pour la croissance des parties aériennes
[Gerber et al., 2010], [Rouifed et al., 2011]
- Pas d'influence de la répartition des instants de fauches. Seulement le nombre de fauches [Seiger et al., 1997]
- Choix de modélisation : après une fauche, la biomasse souterraine est directement impactée et devient $a.F(a)$, où $F(a) \in [0, 1]$. On suppose que l'effet de la fauche est plus important pour des biomasses faibles
 $\Rightarrow F$ **croissante**.

$$\forall a \in \mathbb{R}_+, F(a) = 1 - \exp(-\text{mowingParameter} * a)$$

Techniques de fauche Aléatoire

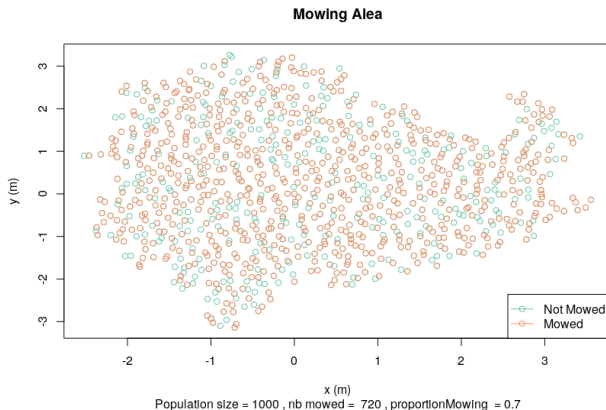


FIGURE – Représente les couronnes qui seraient fauchées lors d'une fauche avec la technique Aléatoire. On impose une proportion de plantes fauchées. Les coordonnées sont en mètres.

Techniques de fauche sur le côté

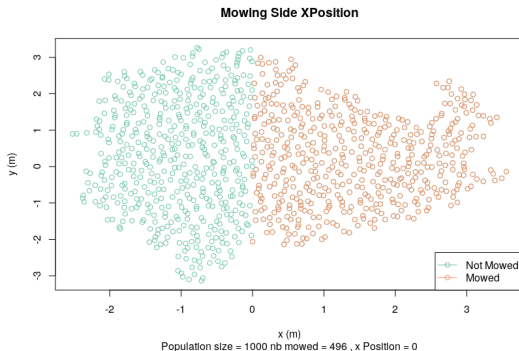


FIGURE – Représente les couronnes qui seraient fauchées lorsqu'on impose une *position* à droite de laquelle toutes les plantes sont fauchées.

Dans le suite de la présentation, c'est la technique ALÉATOIRE qui est utilisée.

Les Paramètres du modèle

Variable	Description
Biomasse	
K	biomasse maximale (g)
L	taux de croissance à faible biomasse
a_0	biomasse initiale d'une couronne qui naît (g)
Fauche	
τ	nombre moyen de fauches par année
<i>proportionMowing</i> <i>mowingParameter</i>	proportion des plantes fauchées effet de la fauche
Mortalité	
<i>deathParameterScaling</i>	pour les faibles biomasses
<i>deathParameterDecrease</i>	vitesse de décroissance du taux
Naissance	
<i>distanceParent</i>	distance dominance apicale (m)
<i>distanceCompetition</i>	distance de compétition intra spécifique (m)
\bar{b}	taux de naissance (conditions idéales)
(shape, scale)	loi Gamma, dispersion de l'individu créé

$$\begin{aligned}
 Z_t = & \sum_{i=1}^{N_0} \delta(X_i(Z_0), A_b(t, 0, A_i(Z_0))) \\
 & + \int_0^t \int_{\mathbb{N}^*} \int_{\mathbb{R}_+} \int_{\mathbb{R}^2} \mathbf{1}_{\{i \leq N_{s-}\}} \delta(X_i(Z_s) + z, A_b(t, s, a_0)) \\
 & \times \mathbf{1}_{\{\theta \leq b(X_i(Z_s), Z_s)\}} \mathbf{1}_{\{X_i(Z_s) + z \in C_{X_i(Z_s), Z_s}\}} \times M_1(ds, di, d\theta, dz) \\
 & + \int_0^t \int_{[0,1]^{\mathbb{N}^*}} \int_0^1 \sum_{i=1}^{N_{s-}} \mathbf{1}_{y_i \leq \text{proportionMowing}} \\
 & (\delta(X_i(Z_s), A_b(t, s, A_i(Z_{s-})).F(A_i(Z_{s-}))) - \delta(X_i(Z_s), A_b(t, s, A_i(Z_s)))) M_2(ds, dy) \\
 & - \int_0^t \int_{\mathbb{N}^*} \int_{\mathbb{R}_+} \mathbf{1}_{\{i \leq N_{s-}\}} \mathbf{1}_{\{\theta \leq m(A_i(Z_s))\}} \delta(X_i(Z_s), A_b(t, s, A_i(Z_s))) M_3(ds, di, d\theta).
 \end{aligned}$$

$M_1(ds, di, d\theta, dz)$ est une mesure ponctuelle de Poisson sur $E_1 := \mathbb{R}_+ \times \mathbb{N}^* \times \mathbb{R}_+ \times \mathbb{R}^2$ d'intensité $\nu_1 = ds \otimes n(di) \otimes d\theta \otimes D(dz)$.

Hypothèse

Il existe des constantes \bar{b} , \bar{m} et \bar{v} telles que le taux de naissance, le taux de mortalité, et la biomasse vérifient :

$$\forall (x, z) \in \mathbb{R}^2 \times \mathbb{N}, b(x, z) \leq \bar{b}.$$

$$\forall a \in \mathbb{R}^+, m(a) \leq \bar{m}.$$

$$\forall t \in \mathbb{R}_+, \frac{da(t)}{dt} \leq \bar{v}(1 + a(t)).$$

Proposition

Sous les hypothèses ci-dessus, l'équation différentielle stochastique admet une solution forte $(Z_t)_{t \in \mathbb{R}_+} \in \mathbb{D}(\mathbb{R}_+, \mathcal{M})$ telle que pour tout $T > 0$, $N_t := \langle Z_t, 1 \rangle = \int_{\mathbb{R}^2 \times \mathbb{R}} Z_t(dx, da)$ satisfait :

$$\mathbb{E} \left(\sup_{t \in [0, T]} N_t \right) < \mathbb{E}(N_0) e^{\bar{b}T} < \infty.$$

Objectif : Étude d'une renormalisation $(Z^n)_{n \in \mathbb{N}}$ du processus présenté à la section précédente.

- Simplification de l'EDS : retrait du terme de fauche.
- Taille de la population initiale d'ordre n , sans modifier les interactions entre les individus.

Résultat : convergence en loi des processus renormalisés vers un processus solution de l'équation différentielle :

$$\begin{aligned} \langle \xi_t, f_t \rangle &= \langle \xi_0, f_0 \rangle + \int_0^t \int_{\mathcal{X}} \left[v(a) \nabla_a f_s(x, a) + \frac{df_s}{ds}(x, a) \right. \\ &+ \left. \int_{\mathbb{R}^2} f_s(x+z, a_0) b(x, \xi_s) \cdot h(x, z, \xi_s) d(dz) - f_s(x, a) m(a) \right] \xi_s(dx, da) ds. \end{aligned}$$

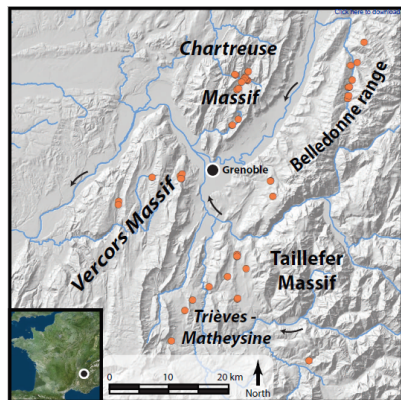
Les techniques et notations utilisées pour ce résultat sont celles développées dans [\[Tran, 2006\]](#).

ANALYSE DU MODÈLE PAR SIMULATION

CALIBRATION

Rappel des paramètres du modèle

Variable	Description
Biomasse	
K	biomasse maximale (g)
L	taux de croissance à faible biomasse
a_0	biomasse initiale d'une couronne qui naît (g)
Fauche	
τ	nombre moyen de fauches par année
<i>proportionMowing</i> <i>mowingParameter</i>	proportion des plantes fauchées effet de la fauche
Mortalité	
<i>deathParameterScaling</i>	pour les faibles biomasses
<i>deathParameterDecrease</i>	vitesse de décroissance du taux
Naissance	
<i>distanceParent</i>	distance dominance apicale (m)
<i>distanceCompetition</i>	distance de compétition intra spécifique (m)
\bar{b}	taux de naissance (conditions idéales)
(shape, scale)	loi Gamma, dispersion de l'individu créé



48 taches de renouées dans les Alpes (différentes altitudes).

Mesures réalisées en 2008 et en 2015 : sur les taches elles-mêmes (contour, nb de tiges,...) et sur des variables biotiques et abiotiques .

Variabilité dans les taches observées : taille (de moins d' $1 m^2$ à $350 m^2$), zone (proximité de cours d'eau, route, forêt, terres à l'abandon)

FIGURE – Extrait de [Martin, 2017].

- En sorties du modèle j'ai les aires et les tailles de populations finales et initiales.
- Dans l'article de F. Martin, j'utilise les données concernant les aires et les densités (donc on a accès à la taille de la population), des taches en 2008 et 2015.

tache	taille 2008	Aire 2008	Taille 2015	Aire 2015	τ	FullMow
1	261	14.525	112	10.815	0	0
2	1878	52.177	872	42.187	1	0
3	1063	75.899	1493	72.829	1	1
4	1771	104.203	852	49.273	2	1
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

Méthode pour la calibration

Le logiciel openMole propose une méthode issue des algorithmes génétiques pour la calibration de modèles.

L'algorithme explore l'espace des paramètres pour trouver la distance minimale entre les observations et les simulations (l'algorithme gère la stochasticité du modèle).

Comme distance entre les simulations et les observations, j'ai pris pour chaque tache et chaque type (aire ou taille) la distance : $\frac{|simu - data|}{data}$.



Référence : [Romain Reuillon, 2013]

Le résultat obtenu

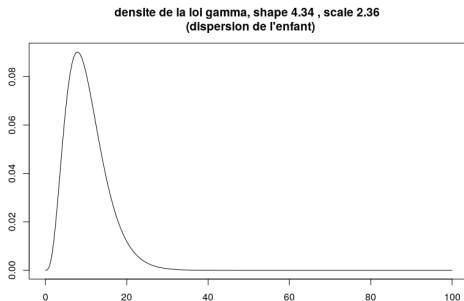
Variable	Valeur Calibration
K	12.72
L	0.26
distanceCompetition	0.15
distanceParent	0.20
shape	4.34
scale	2.36
deathParameterDecrease	2.32
deathParameterScaling	1.12
mowingParameter	0.11
bbar	0.18
a0	1.73
delta	26.06
evolution.samples	79

Accord entre les valeurs calibrées et les dires d'experts

- Les paramètres `distanceCompetition` et `distanceParent`, très proches des dires d'experts.

Variable	Valeur Calibration	Dire d'expert
<code>distanceCompetition</code>	0.15	≈ 0.15
<code>distanceParent</code>	0.20	≈ 0.15

- La loi pour la dispersion des individus $\Gamma(shape = 4.34, scale = 2.36)$, conforme aux dires d'experts .



Accord entre les valeurs calibrées et les dire d'expert

- Le rapport entre les valeurs de K (biomasse maximale), et a_0 la biomasse des individus à la naissance, qui est de 7,5 (Un rapport d'environ 10 est attendu).

Variable	Valeur Calibration	Rapport calibration	Rapport Dire d'expert
K	12.72	7.5	≈ 10
a_0	1.73		

- Le taux de mortalité :

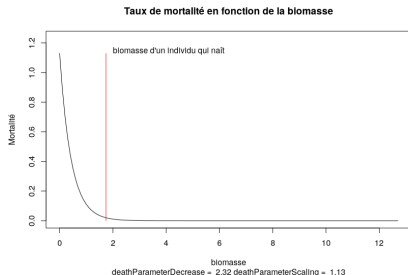


FIGURE – Taux de mortalité d'une couronne en fonction de sa biomasse. On remarque qu'une couronne qui ne serait pas fauchée garde un taux de mortalité très faible, ce qui coïncide avec les observations de terrain.

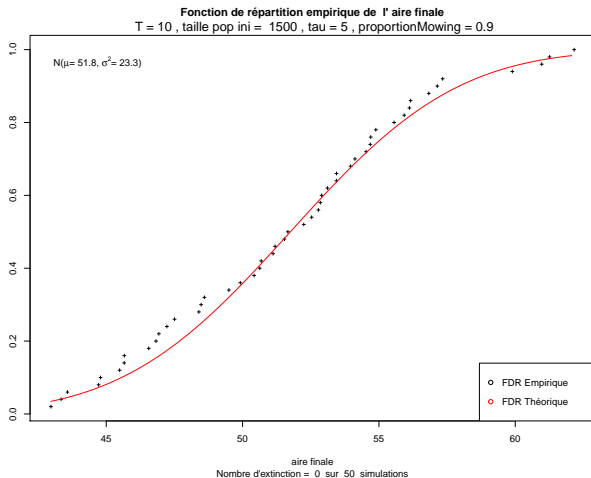


FIGURE – Fonction de répartition de l'aire finale, obtenue avec une taille de population initiale = 1500, $\tau = 5$, *proportionMowing* = 0.9, et $T = 10$.

Comparaison des densités des aires initiales et finales.

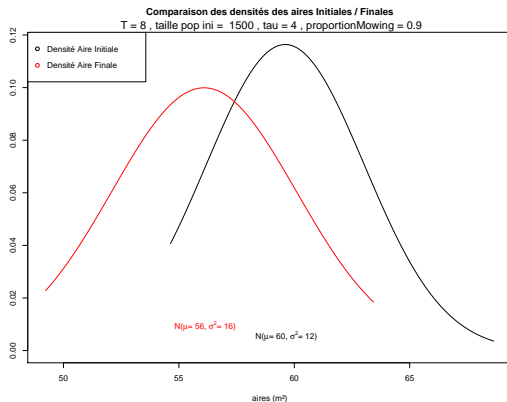


FIGURE – Densité des lois gaussiennes de l'aire initiale et finale, obtenues à partir des moyennes et variances empiriques. Taille de population initiale = 1500, $\tau = 4$, $\text{proportionMowing} = 0.9$, et $T = 8$.

Influence de T sur l'aire moyenne finale

On trace les courbes de régression obtenues pour différents τ . [InitialPopSize = 1500 et *proportionMowing* = 0.9 fixés].

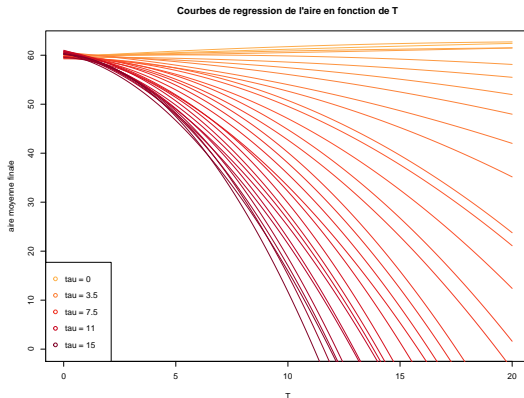


FIGURE – Courbes de régression quadratiques de l'aire moyenne finale en fonction de T , pour différents τ .

Bilan des influences des paramètres de gestion sur les valeurs moyennes des sorties

Initiale / Finale	Param	Aire Moyenne	Taille Moyenne
Initiale	InitialPopSize	linéaire ↗	linéaire ↗
Finale	InitialPopSize	linéaire ↗	linéaire ↗
Finale	T	linéaire ↗ (τ faible)	linéaire ↗
		quadratique ↘ (τ élevé)	exponentielle ↘
Finale	τ faible	linéaire ↗ ou ↘	linéaire ↘
Finale	τ élevé	linéaire ↘	exponentielle ↘

Bilan des influences des paramètres de gestion sur les valeurs moyennes des sorties

Initiale / Finale	Param	Aire Moyenne	Taille Moyenne
Initiale	InitialPopSize	linéaire ↗	linéaire ↗
Finale	InitialPopSize	linéaire ↗	linéaire ↗
Finale	T	linéaire ↗ (τ faible)	linéaire ↗
		quadratique ↘ (τ élevé)	exponentielle ↘
Finale	τ faible	linéaire ↗ ou ↘	linéaire ↘
Finale	τ élevé	linéaire ↘	exponentielle ↘

Formule pour l'aire finale, dès que $\tau \gtrsim 2$:

$$\text{Taille Moyenne Finale} = \text{Taille Initiale} \times \exp(-T \cdot (\tau - a)/b),$$

avec $a, b \in \mathbb{R}$ constantes.

Concernant l'étude présentée :

- Établir la limite en grande population avec terme de fauche.

S'intéresser à deux autres questions qui se posent aux gestionnaires :

- A l'échelle d'un paysage avec plusieurs taches de renouées, comment répartir l'effort de fauche (intensité/fréquence) entre les différentes taches ?
→ Modéliser la dispersion due à la fauche.
- Comparer ingénierie mécanique (fauche) vs ingénierie écologique (saule) ?
→ Modéliser l'influence de l'ombre sur la dynamique de la renouée.

Poser des problèmes de viabilité dans le formalisme stochastique.

Merci pour votre attention.

Mesure Ponctuelle de Poisson

Une application $M : \Omega \times E \rightarrow \mathbb{R}_+$ est une **mesure aléatoire** si

- $\omega \rightarrow M(\omega, A)$ est une variable aléatoire pour chaque $A \in E$
- $A \rightarrow M(\omega, A)$ est une mesure sur (E, \mathcal{E}) pour chaque $\omega \in \Omega$. On note $M(A)$ cette variable aléatoire.

Le terme "mesure aléatoire" signifie que M est une variable aléatoire qui associe une mesure M_ω à chaque événement $\omega \in \Omega$.

Définition

Soit (E, \mathcal{E}) un espace mesurable et soit ν une mesure sur (E, \mathcal{E}) . Une mesure aléatoire N sur (E, \mathcal{E}) est une mesure de Poisson d'intensité ν si :

- *Pour tout $A \in E$, la variable aléatoire $N(A)$ a une loi de Poisson de paramètre $\nu(A)$.*
- *Pour tous $A_1, \dots, A_n \in \mathcal{E}$ disjoints, les variables aléatoires $(N(A_1), \dots, N(A_n))$ sont indépendantes, pour tout $n \geq 2$.*

Loi des sorties, avec extinction

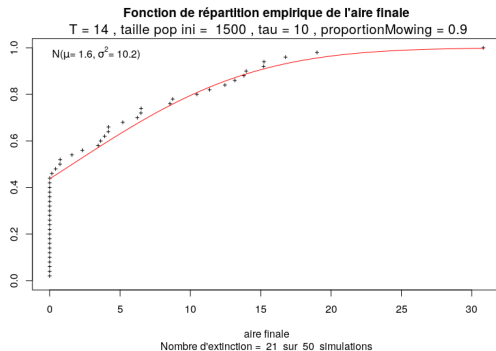


FIGURE – Fonction de répartition d'une loi gaussienne obtenue avec la moyenne et la variance empirique de l'aire finale, pour une taille de population initiale = 1500, $\tau = 10$, *proportionMowing* = 0.9, et $T = 14$. Il y a eu 21 extinctions de la population (sur 50 simulations).



Adachi, I., Naoki, T., and Terashima, M. (1996).

Central die-back of monoclonal stands of *reynoutria japonica* in an early stage of primary succession on mount fuji.
Annals of Botany, 77(5) :477–486.



Beerling, D. J., Bailey, J. P., and Conolly, A. P. (1994).

Fallopia japonica (houtt.) ronse decaene.
Journal of Ecology, 82(4) :959–979.



Dauer, J. T. and Jongejans, E. (2013).

Elucidating the population dynamics of japanese knotweed using integral projection models.
PLoS one, 8(9) :e75181.



De Waal, L. (2001).

A viability study of *fallopia japonica* stem tissue.
Weed Research, 41(5) :447–460.



Fournier, N. and Méléard, S. (2004).

A microscopic probabilistic description of a locally regulated population and macroscopic approximations.
The Annals of Applied Probability, 14(4) :1880–1919.



Gerber, E., Murrell, C., Krebs, C., Bilat, J., and Schaffner, U. (2010).

Evaluating non-chemical management methods against invasive exotic knotweeds, *fallopia* spp.
CABI, Egham.



Gourley, S. A., Li, J., and Zou, X. (2016).

A mathematical model for biocontrol of the invasive weed *fallopia japonica*.
Bulletin of mathematical biology, 78(8) :1678–1702.



Martin, F.-M. (2017).

Synthèse bibliographique sur la clonalité générale et celle des renouées asiatiques (*fallopia* spp) (version incomplète).



Price, E. A., Gamble, R., Williams, G. G., and Marshall, C. (2002).

Seasonal patterns of partitioning and remobilization of ^{14}C in the invasive rhizomatous perennial japanese knotweed (*fallopia japonica* (houtt.) ronse decraene).

Ecology and Evolutionary Biology of Clonal Plants, pages 125–140.



Romain Reuillon, Mathieu Leclair, S. R.-C. (2013).

Openmole, a workflow engine specifically tailored for the distributed exploration of simulation models.

Future Generation Computer Systems, 29(8) :1981 – 1990.



Rouifed, S., Bornette, G., Mistler, L., and Piola, F. (2011).

Contrasting response to clipping in the asian knotweeds *fallopia japonica* and *fallopia* × *bohemica*.

Ecoscience, 18(2) :110–114.



Seiger, L. A., Merchant, H. C., et al. (1997).

Mechanical control of japanese knotweed (*fallopia japonica* [houtt.] ronse decraene) : Effects of cutting regime on rhizomatous reserves.

Natural Areas Journal, 17(4) :341–345.



Smith, J., Ward, J. P., Child, L. E., and Owen, M. (2007).

A simulation model of rhizome networks for *fallopia japonica* (japanese knotweed) in the united kingdom.

Ecological modelling, 200(3) :421–432.



Tran, V. C. (2006).

Modèles particuliers stochastiques pour des problèmes d'évolution adaptative et pour l'approximation de solutions statistiques.

PhD thesis, Université de Nanterre-Paris X.